

CORRELAÇÃO ENTRE FATOR DE ATRITO “f” DE DARCY-WEISBACH COM O FATOR “C” DE HANZEN-WILLIAMS.

A fórmula de Darcy na hidráulica, transportando água, leva em consideração o tipo, natureza e o estado da parede interna do tubo. Darcy, depois de muito estudo e principalmente observações foi o primeiro a apresentar um estudo e fórmula que resumisse uma perda de pressão no escoamento devido ao atrito do fluido com a superfície interna do tubo. Desta forma, quanto mais velho e rugoso for a parede interna da tubulação ou mais viscoso for o fluido, maior será a perda de pressão ou energia hidráulica ao longo da tubulação. Há anos, provavelmente até mesmo antes de Darcy, estudos e pesquisas foram conduzidas com o interesse de se relacionar perdas, por razões da viscosidade do fluido e principalmente, correlacionada com a aspereza ou rugosidade da parede interna do tubo. Nenhum outro cientista até ao momento apresentou uma expressão mais eficiente, prática e mais utilizada universalmente que a formula de Darcy-Weibach, proposta em 1845, enunciada como;

$$H_f = f \cdot \frac{L \cdot V^2}{2g \cdot D} \text{ onde;}$$

H_f = dP perda de carga ao longo da tubulação (m c.a)

f = fator de atrito – (adimensional)

L = comprimento da tubulação (m)

V = velocidade do fluido na tubulação (m/s)

D = diâmetro interno da tubulação (m)

g = aceleração da gravidade local (m/s²)

O fator de atrito “f” pode ser obtido através de tabelas ou por meio do diagrama de Moody. Mesmo tendo o diagrama de Moody em mãos, achar o fator “f” não é simples, pois, para tal carecemos em saber ou medir a rugosidade do tubo e ainda calcular o número de Reynolds para depois aplicar o diagrama. Diante desse fato, às vezes, complicado, mais fácil é medir diretamente com equipamentos eletrônicos a perda de carga “dP” entre dois pontos conhecidos e com o mesmo equipamento ou qualquer outro auxiliar medir a velocidade e então achar o “f” pela fórmula de Darcy.

$$f = \frac{2g.D.dP}{L.V^2} \quad D \text{ e } L \text{ são grandezas físicas de fácil medição.}$$

EQUAÇÃO DE HANZEN-WILLIAMS:

A fórmula ou equação de Hazen-Williams é uma das mais recentes entre todas as demais desenvolvidas com a mesma finalidade. Ela foi empiricamente formulada, estudada e apresentada no ambiente hidráulico, segundo relato de alguns autores, divulgada a partir de 1905, já outros autores afirmam 1920. O que podemos inferir é que a equação em termos de cálculo de perdas ou mesmo o dimensionamento de tubulações é uma das mais usadas por projetistas de rede de distribuição de água. A fórmula funciona bem com boa exatidão para tubulações de 50 a 3000 milímetros de diâmetros, com velocidade a partir da turbulenta até 3,5 m/s. O escoamento turbulento, para água, começa a partir de um número de Reynolds +/- 3000 o que nos sugere uma velocidade de +/- 0,03 m/s. Todavia, no saneamento vamos imaginar velocidade inicial de 0,1 a 3,5 m/s. O limite de 3,0 ou 3,5 m/s é muito das vezes

referido com o propósito de se evitar maior desgaste prematuro na tubulação. Todavia, um fator bem mais importante no projeto é o custo benefício entre os gastos na implantação física de um sistema hidráulico de distribuição e a própria perda de energia no transporte do fluido, nesse caso a água. Os projetistas sabem que a velocidade mais econômica entre custo de uma instalação física e o custo da perda de energia no transporte está entre 1,5 a 2,0 m/s em uma rede. Desta forma, no projeto de uma rede de transporte ou distribuição de água, calcula-se o diâmetro da rede para operar com uma velocidade em torno de 1,5 m/s.

SEMELHANÇA MECÂNICA PARA FLUIDOS.

Um escoamento de água em um tubo circular é semelhante ao escoamento de ar, por exemplo, em outro tubo circular, desde que sejam iguais o fator “C” e número de Reynolds. Fator “C” pode em última instância ter uma interpretação parecida com a relação “e/D”, apesar da disparidade do valor numérico.

e = rugosidade medida em metro equivalente a altura da aspereza interna do tubo.

D = diâmetro interno do tubo (m)

Tanto a formula de Darcy-Weisbach, quanto a de Hazen-Williams, tratam de perdas de energia em tubulação transportando fluido. Na formula de Darcy, o “f” é o fator mais importante, assim como, o “C” na formula de Hazen-Williams. Assim sendo, $H_f = dP$ (metro c.a).

$$dP = f \cdot \frac{2g \cdot D \cdot dP}{L \cdot V^2} = f \cdot \frac{L \cdot Q^2}{12 \cdot 102 \cdot D^5} \text{ Darcy-Weisbach -----01}$$

$$dP = 10.6431 \cdot (Q/C)^{1,852} \cdot \frac{L}{D^{4,871}} \text{ Hazen-Williams} \text{-----} 02$$

f = valor adimensional encontrado em tabela para os mais variados tipos de tubo, se novo ou velho.

dP, L, V, D ou Q são variáveis medidas por instrumento.

C = também pode ser encontrado em tabela ou facilmente medido em tubulação com escoamento com o uso de equipamento eletrônico.

Hazen-Williams também definiu o que chamou de perda de carga unitária “J”, ou seja, um valor adimensional que considera a perda de energia ou pressão em metro de coluna de água por cada metro linear de tubulação, então, $J = dP/L$ ----- 03

Da formula original 02 podemos deduzir que,

$$J = 10,6431 \cdot C^{-1,852} \cdot Q^{1,852} \cdot D^{-4,871} \text{-----} 04$$

$$dP = f \cdot \frac{2g \cdot D \cdot dP}{L \cdot V^2} = f \cdot \frac{L \cdot Q^2}{12,102 \cdot D^5} = 10.6431 \cdot (Q/C)^{1,852} \cdot \frac{L}{D^{4,871}} \text{-----} 05$$

vazão, velocidade, diâmetro, e comprimento, posso medir.

Conhecendo “f” calculo “C” ou vice-versa.

Exemplos;

Tubo de ferro fundido novo de 0,3 m de diâmetro transportando água, $Q=0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ ou $1,415 \text{ m/s}$, numa distancia $L= 1000$ metros. Pela tabela do livro “manual de hidráulica, pagina 145, temos para o ferro fundido novo $f=+/-0,021$, então pela formula de Darcy,

$$dP = f \cdot \frac{L \cdot Q^2}{12,102 \cdot D^5} = \frac{0,021 \cdot 1000 \cdot 0,01}{12,102 \cdot 0,00243} = \frac{0,21}{0,02941} = 7,14 \text{ m Ca}$$

Para esse mesmo tubo de ferro fundido, a tabela indica um fator $C = +/- 125$ a 130 , então,

$$dP = \frac{10,6431 \cdot 1000 \cdot 0,1^{1,852}}{125^{1,852} \cdot 0,3^{4,871}} = \frac{149,647}{21,70} = 6,89 \text{ m c.a}$$

Numa mesa hidráulica com tubulação de PVC, novo, de 103 milímetros de diâmetro interno, com água circulante na vazão de $0,0142 \text{ m}^3/\text{s}$ com $dP = 0,048 \text{ m c.a}$ medido entre dois pontos, $L = 2,81$ metros.

Calculo de “f” pela formula de Darcy;

$$f = \frac{2g \cdot dP \cdot D}{L \cdot V^2} = \frac{12,102 \cdot dP \cdot D^5}{L \cdot Q^2} = \frac{12,102 \cdot 0,048 \cdot 0,103^5}{2,81 \cdot 0,0142^2} = 0,012$$

Para o mesmo tubo, de PVC, nas mesmas condições, calculando o fator C , pela formula de Hazen-Williams encontraremos $C = 181$. O fator C , não depende da vazão ou velocidade, dentro do intervalo já referido. Ele será sempre constante, já o fator de atrito “f” depende, ou seja, quanto maior a velocidade, menor será o coeficiente de atrito “f”. Da mesma forma, quanto maior o diâmetro, para a mesma velocidade, menor será o fator de atrito. Por outro lado, o fator C não depende da velocidade nem tão pouco do diâmetro.

CORRELAÇÃO ENTRE “f” DE DARCY E FATOR “C”.

$$dP = f \cdot \frac{2g \cdot D \cdot dP}{L \cdot V^2} = f \cdot \frac{L \cdot Q^2}{12,102 \cdot D^5} \text{ Darcy-Weisbach}$$

$$dP = 10,6431 \cdot (Q/C)^{1,852} \cdot \frac{L}{D^{4,871}} \text{ Hazen-Williams}$$

O fator C dentro de uma faixa de velocidade turbulenta, até próxima de $3,5 \text{ m/s}$ tem os valores de C bem assertivos, sem depender do diâmetro e velocidade enquanto que o

fator “f” de atrito sofre variações dependente do diâmetro e velocidade. Dessa forma, podemos encontrar variações nos valores calculados quando conhecemos um fator e determinamos o outro pela correlação.

Tubulação nova de ferro com diâmetro de 0,3 metros, transportando água a uma velocidade de 1,5 m/s. Pela tabela, “f” indicado é de 0,021.

$$\text{Então, } dP = \frac{0,021 \cdot L \cdot 1,5^2}{19,61 \cdot 0,3} = \frac{10,641 \cdot L \cdot 0,106^{1,852}}{C^{1,852} \cdot 0,3^{4,871}} =$$

$$\frac{0,021 \cdot 1,5^2}{19,61 \cdot 0,3} = \frac{10,641 \cdot 0,106^{1,852}}{C^{1,852} \cdot 0,3^{4,871}} \quad \frac{0,04725}{5,883} = \frac{0,16667}{C^{1,852} \cdot 0,002838}$$

$$0,008032 \cdot C^{1,852} \cdot 0,002838 = 0,16678$$

$$C^{1,852} = \frac{0,16667}{0,000022794}$$

$$C^{1,852} = 7312,01$$

$$C = 122,1$$

Obs.; Para esse mesmo tubo, o valor sugerido nos manuais seria um fator C entre 125 a 130.

Para a questão inversa, considerando C=125 determinar “f”

$$\frac{f \cdot L \cdot 1,5^2}{19,61 \cdot 0,3} = \frac{10,641 \cdot L \cdot 0,106^{1,852}}{125^{1,852} \cdot 0,3^{4,871}} \quad \frac{f \cdot 2,25}{5,883} = \frac{0,16667}{7646,7 \cdot 0,002838}$$

$$f \cdot 0,3824 = 0,007680$$

$$f = 0,020$$

Como já mencionamos, a maior vantagem da fórmula de Hazen-Williams é que o coeficiente C depende somente da rugosidade, representada por um número absoluto, assim como, “f” é também um número puro.

Tomando por base o mesmo tubo de ferro fundido de 300 milímetros, mencionado na página 4 transportando 100 l/s de água. Qual será a perda de carga em 1000 metros linear de tubo, considerando fator de atrito $f=0,026$ e um fator $C=110$. Nesse exemplo, como o fator de atrito aumentou logicamente fator C diminuiu.

a) usando a formula de Darcy-Weisbach

b) usando a formula de Hazen-Williams

Solução:

$$a) \quad v = Q/A = 0,1 \times 4/3,1416 \times 0,3^2 = 1,415 \text{ m/s}$$

$$dP = \frac{0,026 \cdot 1000 \cdot 1,415^2}{19,61 \cdot 0,3} = 8,85 \text{ m c.a}$$

$$b) \quad dP = \frac{10,6431 \cdot 1000 \cdot 0,1^{1,852}}{C^{1,852} \cdot 0,3^{4,871}} = \frac{149,62}{17,128} = dP=8,73$$

Obs. Resultados muito próximos.

Obviamente, fator de atrito “f” aumentando, fator C diminui. Na lógica dos números absolutos, “f” aumenta caracterizando maior rugosidade aparente, então fator C diminui, também caracterizando maior rugosidade.

Artigo técnico – janeiro 2017

Eng. Geraldo Lamon

=====